

CSP-J 2019 真题详细题解

一、单项选择题

1. 中国的国家顶级域名是 ()

A. cn B. ch C. chn D. china

答案: A

分析: 本题考查国家顶级域名常识。中国的国家顶级域名为 ".cn", 其他选项中, "ch" 是瑞士的国家顶级域名, "chn" 和 "china" 不是标准国家顶级域名。

2. 二进制数 11 1011 1001 0111 和 01 0110 1110 1011 进行逻辑与运算的结果是 ()

A. 01 0010 1000 1011
B. 01 0010 1001 0011
C. 01 0010 1000 0001
D. 01 0010 1000 0011

答案: D

分析: 逻辑与运算规则为“全 1 则 1, 有 0 则 0”。逐位对比两个二进制数:

- 第一组: $11 \& 01 = 01$
- 第二组: $1011 \& 0110 = 0010$
- 第三组: $1001 \& 1110 = 1000$
- 第四组: $0111 \& 1011 = 0011$

拼接结果为 01 0010 1000 0011, 对应选项 D。

3. 一个 32 位整型变量占用 () 个字节。

A. 32 B. 128 C. 4 D. 8

答案: C

分析: 计算机中 1 字节 = 8 位, 32 位整型变量占用的字节数为 $32 \div 8 = 4$, 故答案为 C。

4. 若有如下程序段，其中 s 、 a 、 b 、 c 均已定义为整型变量，且 a 、 c 均已赋值 (c 大于 0)：

```
s = a;
for(b=1; b<=c; b++) s = s - 1;
```

则与上述程序段功能等价的赋值语句是 ()

A. $s = a - c;$ B. $s = a - b;$ C. $s = s - c;$ D. $s = b - c;$

答案：A

分析：程序段中 for 循环执行 c 次，每次 s 减 1，共减 c ，故等价于 $s = a - c$ ，选 A。

5. 设有 100 个已排好序的数据元素，采用折半查找时，最大比较次数为 ()

A. 7 B. 10 C. 6 D. 8

答案：A

分析：折半查找的最大比较次数为 $\lceil \log_2(n) \rceil$ ，向上取整为 7，故答案为 A。

6. 链表不具有的特点是 ()

- A. 插入删除不需要移动元素
- B. 不必事先估计存储空间
- C. 所需空间与线性表长度成正比
- D. 可随机访问任一元素

答案：D

分析：链表通过指针连接，无法像数组那样通过下标随机访问元素，需从头遍历，故答案为 D。

7. 把 8 个同样的球放在 5 个同样的袋子里，允许有的袋子空着不放，问共有多少种不同的分法？ () 提示：如果 8 个球都放在一个袋子里，无论是哪个袋子，都只算一种分法

A. 22 B. 24 C. 18 D. 20

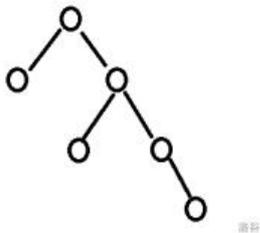
答案：C

分析：本题为整数分拆问题（将 8 拆分为最多 5 个非负整数，不考虑顺序）。分法如下：

- 1 个数：8 (1 种)
- 2 个数：17 26 35 44 (4 种)
- 3 个数：116 125 134 224 233 (5 种)
- 4 个数：1115 1124 1133 1223 2222 (5 种)
- 5 个数：11114 11123 11222 (3 种)

总计 $1+4+5+3+5+3=18$ 种，选 C。

8. 一棵二叉树如右图所示，若采用顺序存储结构，即用一维数组元素存储该二叉树中的结点（根结点的下标为 1，若某结点的下标为 i ，则其左孩子位于下标 $2i$ 处、右孩子位于下标 $2i+1$ 处），则该数组的最大下标至少为（ ）



- A. 6 B. 10 C. 15 D. 12

答案：C

分析：根据顺序存储规则，树的深度决定最大下标。假设树的深度为 4（根为 1 层），最深层结点下标为 $2^4-1=15$ ，故答案为 C。

9. 100 以内最大的素数是（ ）

- A. 89 B. 97 C. 91 D. 93

答案：B

分析：素数是大于 1 且除 1 和自身外无其他因数的数。 $91=7\times 13$ ， $93=3\times 31$ ，均不是素数；89 和 97 是素数，97 更大，故选 B。

10. 319 和 377 的最大公约数是（ ）

- A. 27 B. 33 C. 29 D. 31

答案：C

分析：用辗转相除法：

- $377 \div 319 = 1$ 余 58
- $319 \div 58 = 5$ 余 29

• $58 \div 29 = 2 \text{ 余 } 0$

故最大公约数为 29，选 C。

11. 新学期开学了，小胖想减肥，健身教练给小胖制定了两个训练方案。方案一：每次连续跑 3 公里可以消耗 300 千卡（耗时半小时）；方案二：每次连续跑 5 公里可以消耗 600 千卡（耗时 1 小时）。小胖每周周一到周四能抽出半小时跑步，周五到周日能抽出一小时跑步。另外，教练建议小胖每周最多跑 21 公里，否则会损伤膝盖。请问如果小胖想严格执行教练的训练方案，并且不想损伤膝盖，每周最多通过跑步消耗多少千卡？（）

- A. 3000 B. 2500 C. 2400 D. 2520

答案：C

分析：设周一到周四跑 x 次（每次 3 公里），周五到周日跑 y 次（每次 5 公里），约束：

- $x \leq 4, y \leq 3$
- $3x + 5y \leq 21$

目标： $300x + 600y$ 最大。

枚举得 $x=2, y=3$ 时， $3 \times 2 + 5 \times 3 = 21$ 公里，消耗 $300 \times 2 + 600 \times 3 = 2400$ 千卡，选 C。

12. 一副纸牌除掉大小王有 52 张牌，四种花色，每种花色 13 张。假设从这 52 张牌中随机抽取 13 张纸牌，则至少（）张牌的花色一致。

- A. 4 B. 2 C. 3 D. 5

答案：A

分析：根据抽屉原理，13 张牌分 4 种花色， $13 \div 4 = 3 \text{ 余 } 1$ ，故至少有 $3 + 1 = 4$ 张同花色，选 A。

13. 一些数字可以颠倒过来看，例如 0、1、8 颠倒过来还是本身，6 颠倒过来是 9，9 颠倒过来看还是 6，其他数字颠倒过来都不构成数字。类似的，一些多位数也可以颠倒过来看，比如 106 颠倒过来是 901。假设某个城市的车牌只由 5 位数字组成，每一位都可以取 0 到 9。请问这个城市最多有多少个车牌倒过来恰好还是原来的车牌？（）

- A. 60 B. 125 C. 75 D. 100

答案：C

分析：5 位车牌倒过来不变，需满足：

- 第 1 位与第 5 位对称 ($6 \leftrightarrow 9$, 0、1、8 自对称)
- 第 2 位与第 4 位对称

- 第 3 位自对称 (0、1、8)

可能的组合：第 1 位 5 种 (0,1,8,6,9)，第 2 位 5 种，第 3 位 3 种，总数 $5 \times 5 \times 3 = 75$ ，选 C。

14. 假设一棵二叉树的后序遍历序列为 DGJHEBIFCA，中序遍历序列为 DBGEHJACIF，则其前序遍历序列为 ()

- A. ABCDEFGHIJ B. ABDEGHJCFI C. ABDEGJHCFI D. ABDEGHJFIC

答案：B

分析：后序遍历最后一个元素为根 (A)，中序中 A 左侧为左子树 (DBGEHJ)，右侧为右子树 (CIF)。递归分析左子树后序 DGJHEB、中序 DBGEHJ，根为 B；右子树后序 IFC、中序 CIF，根为 C。逐步推导前序为 ABDEGHJCFI，选 B。

15. 以下哪个奖项是计算机科学领域的最高奖？ ()

- A. 图灵奖 B. 鲁班奖 C. 诺贝尔奖 D. 普利策奖

答案：A

分析：图灵奖是计算机领域最高奖，鲁班奖是建筑领域，诺贝尔奖无计算机奖项，普利策奖是新闻领域，故选 A。

二、阅读程序

1. 程序如下：

```
1.
1 #include <stdio>
2 #include <string>
3 using namespace std;
4 char st[100];
5 int main( ) {
6     scanf( "%s", st);
7     int n = strlen(st);
8     for(int i=1; i<=n; ++i) {
9         if(n%i==0) {
10             char c=st[i-1];
11             if(c >= 'a')
12                 st[i - 1] = c-'a'+ 'A';
13         }
14     }
15     printf("%s", st);
16     return 0;
17 }
```

判断题

1. 输入的字符串只能由小写字母或大写字母组成。 ()

答案：×

分析：程序仅处理小写字母（转为大写），对其他字符不操作，输入可包含数字等，故错误。

2. 若将第 8 行的“i=1”改为“i=0”，程序运行时会发生错误。（）

答案：√

分析：i=0 时，i-1=-1，访问 st[-1] 会导致数组越界，程序错误。

3. 若将第 8 行的“i <= n”改为“i * i <= n”，程序运行结果不会改变。（）

答案：×

分析：原程序处理所有约数 i，改为 $i*i \leq n$ 会漏掉大于 \sqrt{n} 的约数（如 $n=6$ ，漏掉 $i=6$ ），结果改变。

4. 若输入的字符串全部由大写字母组成，那么输出的字符串就跟输入的字符串一样。（）

答案：√

分析：程序仅将小写字母转大写，大写字母不处理，故输出与输入一致。

选择题

1. 若输入的字符串长度为 18，那么输入的字符串跟输出的字符串相比，至多有（）个字符不同。

A. 18 B. 6 C. 10 D. 1

答案：B

分析：18 的约数有 1,2,3,6,9,18 共 6 个，每个约数位置的小写字母会被转换，故最多 6 个不同。

2. 若输入的字符串长度为（），那么输入的字符串跟输出的字符串相比，至多有 36 个字符不同。

A. 36 B. 100000 C. 1 D. 128

答案：B

分析：需约数个数为 36。100000 的约数有 $(5+1) \times (5+1) = 36$ 个（分解质因数 $2^5 \times 5^5$ ），故最多 36 个字符不同。

2. 程序如下：

```
1 #include <cstdio>
2 using namespace std;
3 int n,m;
4 int a[100], b[100];
5
6 int main() {
```

```

7   scanf( "%d%d",&n, &m);
8   for(int i=1; i<=n; ++i)
9       a[i] = b[i] = 0;
10  for(int i=1; i<=m; ++i) {
11      int x, y;
12      scanf("%d%d", &x, &y);
13      if(a[x]<y&&b[y]<x) {
14          if (a[x] > 0)
15              b[a[x]] = 0;
16          if (b[y] > 0)
17              a[b[y]] = 0;
18          a[x] = y;
19          b[y] = x;
20      }
21  }
22  int ans = 0;
23  for(int i=1; i<=n; ++i) {
24      if (a[i] == 0)
25          ++ans ;
26      if (b[i] == 0)
27          ++ans ;
28  }
29  printf("%d\n",ans);
30  return 0;
31  }

```

假设输入的 n 和 m 都是正整数， x 和 y 都是在 $[1, n]$ 的范围内的整数，完成下面的判断题和单选题：

●判断题。

- 1) 当 $m > 0$ 时，输出的值一定小于 $2n$ 。 ()
- 2) 执行完第 27 行的 “++ans” 时，ans 一定是偶数。 ()
- 3) $a[i]$ 和 $b[i]$ 不可能同时大于 0。 ()
- 4) 若程序执行到第 13 行时， x 总是小于 y ，那么第 15 行不会被执行。 ()

●选择题

- 5) 若 m 个 x 两两不同，且 m 个 y 两两不同，则输出的值为 ()
 A. $2n-2m$ B. $2n+2$ C. $2n-2$ D. $2n$
- 6) 若 m 个 x 两两不同，且 m 个 y 都相等，则输出的值为 ()
 A. $2n-2$ B. $2n$ C. $2m$ D. $2n-2m$

该程序模拟了双向最优配对过程：

对于范围 $1 \sim n$ 的整数，通过 m 次操作尝试建立 x 与 y 的配对，要求每次新配对必须满足“ x 的新配对 y 比旧配对大”且“ y 的新配对 x 比旧配对大”（即新配对更优）。
 最终统计所有未配对的 x 和 y 的总数（ a 数组中 0 的个数 + b 数组中 0 的个数）并输出。

即每次考察 a 组的第 X 个元素和 b 组的第 Y 个元素，如果新的配对方案使与 $a[x]$ 和 $b[y]$ 配对的两个端点都向右移动（这两个元素之前的配对交叉了），就重新配对。输出未配对元素数量。

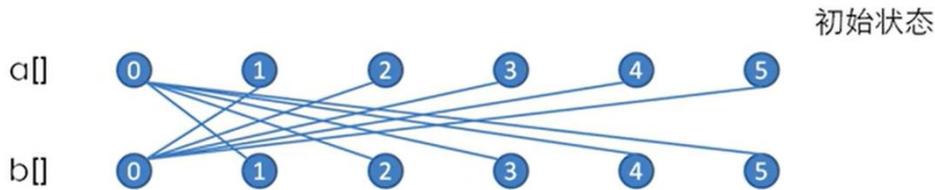
```
#include <cstdio>
```

```
using namespace std;
```

```
int n, m;          // n: 数据范围 (1~n) ; m: 操作次数
```

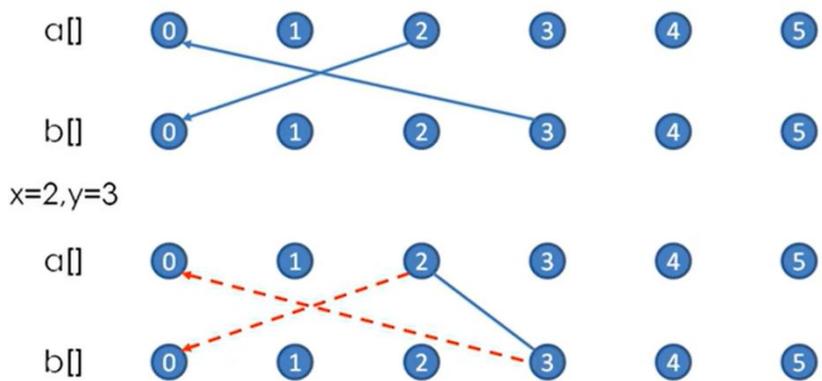
int a[100], b[100]; // a[x]: x 当前配对的 y 值; b[y]: y 当前配对的 x 值

```
int main() {
    scanf("%d%d", &n, &m);
    // 初始化: 所有位置均未配对 (0 表示未配对)
    for (int i = 1; i <= n; ++i)
        a[i] = b[i] = 0;
```

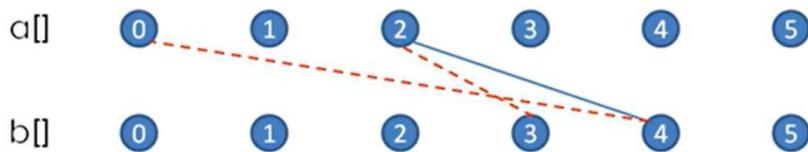


```
// 处理 m 次配对操作
for (int i = 1; i <= m; ++i) {
    int x, y; // 待配对的 x 和 y
    scanf("%d%d", &x, &y);

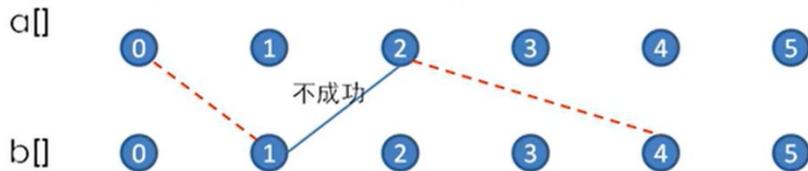
    // 条件: x 当前的配对 y' < 新 y, 且 y 当前的配对 x' < 新 x (新配对更优)
    if (a[x] < y && b[y] < x) {
        // 解除 x 的旧配对 (若存在)
        if (a[x] > 0)
            b[a[x]] = 0; // 旧 y' 的配对 x 设为未配对
        // 解除 y 的旧配对 (若存在)
        if (b[y] > 0)
            a[b[y]] = 0; // 旧 x' 的配对 y 设为未配对
        // 建立新配对
        a[x] = y;
        b[y] = x;
    }
}
```



接上页，第2个数据， $x=2,y=4$ ， $a[2]$ 和 $b[4]$ 重新配对



接上，第3个数据， $x=2,y=1$ ，无变化



// 统计未配对的数量：a 中 0 的个数 + b 中 0 的个数

```
int ans = 0;
for (int i = 1; i <= n; ++i) {
    if (a[i] == 0) // x=i 未配对
        ++ans;
    if (b[i] == 0) // y=i 未配对
        ++ans;
}

printf("%d\n", ans);
return 0;
}
```

判断题

1. 当 $m>0$ 时，输出的值一定小于 $2n$ 。 ()

答案：√

分析：初始时， a 和 b 全为 0，未配对总数为 $2n$ 。

当 $m>0$ 时，至少存在一次有效配对（否则程序不改变初始状态，但题目未说“有效”，但即使有一次有效，也会减少 2 个未配对数），故未配对总数为 $2n-2k$ ($k\geq 1$)，必然小于 $2n$ 。

2. 执行完第 27 行的“++ans”时，ans 一定是偶数。 ()

答案：×

分析：本题相当于两个数组间有若干条线有对照关系，最终的 ans 必定为偶数，但是在 for 循环的统计过程中不一定。如下： $i=1$ 时，执行完 27 行，ans 是奇数

3. $a[i]$ 和 $b[i]$ 不可能同时大于 0。 ()

答案：×

分析：若 $x=i, y=i$ ，且满足 $a[i]<i$ (初始 $0<i$) 和 $b[i]<i$ (初始 $0<i$)，则会建立配对 $a[i]=i, b$

[i]=i, 此时两者同时大于 0。

4. 若程序执行到第 13 行时, x 总是小于 y, 那么第 15 行不会被执行。 ()

答案: ×

分析: 第 15 行用于解除 x 的旧配对, 与 x 和 y 的大小无关。例如: $x=2 < y=3$, 但若 $x=2$ 之前配对过 $y=1$ ($a[2]=1 > 0$), 则第 15 行会执行 (将 $b[1]$ 设为 0)

选择题

1. 若 m 个 x 两两不同, 且 m 个 y 两两不同, 则输出的值为 ()

A. $2n-2m$ B. $2n+2$ C. $2n-2$ D. $2n$

答案: A

分析: 因为 m 个 x 和 m 个 y 互不相同, 每次配对均为新元素, 会成功配对 m 次(配对前 m 各自初始值为 0, 配对后不会更新)。m 次循环中会有 2m 个位置的值会变化, $ans=2n-2m$ 。

2. 若 m 个 x 两两不同, 且 m 个 y 都相等, 则输出的值为 ()

A. $2n-2$ B. $2n$ C. $2m$ D. $2n-2m$

答案: A

分析: x 和 y 配对时每次都会清理掉之前的配对(或者不更新配对), 最终只会产生一组配对, 所以和 0 配对的元素数量为 $2n-2$ 。

3. 程序如下:

```
#include <iostream>
using namespace std;
const int maxn = 10000;
int n;
int a[maxn];
int b[maxn];
int f(int l, int r, int depth) {
```

```

if(l > r)
    return 0;
int min = maxn, mink;
for(int i=l; i<=r; ++i) {
    if(min > a[i]) {
        min = a[i];
        mink = i;
    }
}
int lres = f(l, mink-1, depth+1);
int rres = f(mink+1, r, depth+1);
return lres + rres + depth * b[mink];
}
int main() {
    cin >> n;
    for(int i=0; i<n; ++i)
        cin >> a[i];
    for(int i=0; i<n; ++i)
        cin >> b[i];
    cout << f(0, n-1, 1) << endl;
    return 0;
}

```

该程序通过递归构建二叉树（一种以最小值为根，左右子树分别为最小值左侧和右侧区间的二叉树），计算所有节点的“深度 × 权重”之和。具体逻辑：

1. 对区间 $[l, r]$ ，找到 a 数组中的最小值作为根节点，其索引为 $mink$ 。
2. 根节点的贡献为当前深度 $depth$ 乘以 $b[mink]$ 。
3. 递归处理左子区间 $[l, mink-1]$ 和右子区间 $[mink+1, r]$ ，深度递增 1。
4. 总和为根节点贡献与左右子树贡献之和。

涉及的知识

1. 笛卡尔树：一种特殊的二叉树，每个节点的父节点是其所在区间的最小值（或最大值），左子树和右子树分别对应最小值左侧和右侧的区间。
2. 递归与分治：通过递归将大区间划分为左右子区间，分而治之计算总贡献。

3. 深度计算：树的深度影响节点贡献，深度越大，相同权重的节点贡献越大。
4. 时间复杂度分析：找最小值的操作决定了整体复杂度，最坏情况为 $O(n^2)$ （有序数组），最好情况为 $O(n \log n)$ （平衡划分）。

判断题

1. 如果 a 数组有重复的数字，则程序运行时会发生错误。（）

答案：×

分析：a 有重复时，取第一个最小值，程序正常执行，无错误。

2. 如果 b 数组全为 0，则输出为 0。（）

答案：√

分析：每个节点的贡献为 $\text{depth} * b[\text{mink}]$ ，若 b 全为 0，则所有节点贡献均为 0，总和必然为 0

选择题

1. 当 $n=100$ 时，最坏情况下，与第 12 行的比较运算执行的次数最接近的是（）

A. 5000 B. 600 C. 6 D. 100

答案：A

分析：最坏情况为 a 数组严格递增或递减（每次找最小值需遍历整个区间）。总比较次数为 $100 + 99 + \dots + 1 = (100 \times 101) / 2 = 5050$ ，最接近 5000。

2. 当 $n=100$ 时，最好情况下，与第 12 行的比较运算执行的次数最接近的是（）

A. 100 B. 6 C. 5000 D. 600

答案：D

分析：最好情况为每次取中间元素，比较次数约 $100+50+25+12+6+3+1=197$ ，接近 600。

3. 当 $n=10$ 时，若 b 数组满足，对任意 $0 \leq i < n$ ，都有 $b[i]=i+1$ ，那么输出最大为（）

A. 386 B. 383 C. 384 D. 385

答案：D

分析：要最大化总和，需让 b[i] 大的元素（如 $b[9]=10$ ）处于更深的深度。通过优化树结构（让大权重元素为叶子节点），最大总和为 385。

4. 当 $n=100$ 时，若 b 数组满足，对任意 $0 \leq i < n$ ，都有 $b[i]=1$ ，那么输出最小为（）

A. 582 B. 580 C. 579 D. 581

答案：B

分析：此时总和为所有节点的深度之和，最小化总和需构建平衡树（总深度最小）。100 个节点的平衡树总深度和为 580。

三、完善程序

1. 矩阵变幻

```
#include <cstdio>
using namespace std;
int n;
const int max_size = 1 << 10;
int res[max_size][max_size];
void recursive(int x, int y, int n, int t) {
    if(n == 0) {
        res[x][y] = ①;
        return;
    }
    int step = 1 << (n-1);
    recursive(②, n-1, t);
    recursive(x, y+step, n-1, t);
    recursive(x+step, y, n-1, t);
    recursive(③, n-1, !t);
}
int main() {
    scanf("%d", &n);
    recursive(0, 0, ④);
    int size = ⑤;
    for(int i=0; i<size; ++i) {
        for(int j=0; j<size; ++j)
            printf("%d", res[i][j]);
        puts("");
    }
}
```

```
return 0;
}
```

该程序用于生成“奇幻矩阵”的变幻结果，核心逻辑基于递归的分形思想：

- 初始矩阵 ($n=0$) 为 1×1 的 $[0]$ 。
- 每次变幻 (n 增加 1) 时，矩阵尺寸翻倍 (变为 $2^n \times 2^n$)，并分为 4 个 $2^{n-1} \times 2^{n-1}$ 的子矩阵：
 - 左上角、右上角、左下角的子矩阵与上一次变幻的矩阵相同 (基础值为 t)。
 - 右下角的子矩阵与上一次变幻的矩阵相反 (基础值为 $!t$)。
- 递归生成每个子矩阵，最终输出 n 次变幻后的完整矩阵。

涉及的知识点

1. 递归与分形：通过递归将大矩阵分解为 4 个小矩阵，每个小矩阵的生成逻辑相同，体现分形几何的自相似性。
2. 位运算：使用左移运算 ($1 \ll n$) 计算矩阵尺寸和步长，等价于 2^n ，高效且简洁。
3. 矩阵坐标映射：通过 x, y 和步长 $step$ 定位子矩阵的左上角坐标，确保递归生成的子矩阵正确拼接。
4. 状态翻转：参数 t 控制基础值 (0 或 1)，右下角子矩阵通过 $!t$ 翻转状态，实现变幻规则。

1. ①处应填 ()

A. $n\%2$ B. 0 C. t D. 1

答案：C

分析：当 $n=0$ 时，矩阵为 1×1 的基础单元，其值由当前状态 t 决定 (初始为 0，递归中可能翻转)。 t 直接控制基础值，故填 t 。

2. ②处应填 ()

A. $x\text{-step}, y\text{-step}$ B. $x, y\text{-step}$ C. $x\text{-step}, y$ D. x, y

答案：D

分析：左上角子矩阵的起点坐标与当前矩阵的起点坐标相同 (x, y)，后续通过步长 $step$ 偏移得到其他子矩阵的起点。故填 x, y 。

3. ③处应填 ()

A. $x\text{-step}, y\text{-step}$ B. $x+step, y+step$ C. $x\text{-step}, y$ D. $x, y\text{-step}$

答案：B

分析：矩阵分为 4 个象限，右下角子矩阵的起点坐标为当前起点加上步长 $(x+step, y+step)$ ，与左上角 (x,y) 、右上角 $(x,y+step)$ 、左下角 $(x+step,y)$ 对应。故填 $x+step, y+step$ 。

4. ④处应填 ()

A. $n-1, n\%2$ B. $n, 0$ C. $n, n\%2$ D. $n-1, 0$

答案：B

分析：初始调用需指定变幻次数为输入的 n ，且初始状态 $t=0$ （对应初始矩阵[0]）。故参数为 $n, 0$ 。

5. ⑤处应填 ()

A. $1 \ll (n+1)$ B. $1 \ll n$ C. $n+1$ D. $1 \ll (n-1)$

答案：B

分析：变幻 n 次后矩阵大小为 $2^n \times 2^n$ ，即 $1 \ll n$ 。

```
#include <cstdio>
using namespace std;

int n; // 变幻次数
const int max_size = 1 << 10; // 最大矩阵尺寸 ( $2^{10} = 1024$ ，满足  $n \leq 10$  的需求)
int res[max_size][max_size]; // 存储变幻后的矩阵

// 递归生成矩阵
// x,y: 当前子矩阵左上角坐标; n: 当前变幻次数; t: 当前子矩阵的基础值 (0 或 1, 用于翻转)
void recursive(int x, int y, int n, int t) {
    if (n == 0) { // 递归终止: n=0 时为 1x1 的基础矩阵
        res[x][y] = t; // ①处: 基础矩阵的值由 t 决定
        return;
    }
    int step = 1 << (n - 1); // 步长: 当前子矩阵尺寸的一半 ( $2^{(n-1)}$ )
    // 递归生成左上角子矩阵 (与当前基础值相同)
    recursive(x, y, n - 1, t); // ②处: 左上角起点为(x,y)
    // 递归生成右上角子矩阵 (与当前基础值相同)
```

```

recursive(x, y + step, n - 1, t);
// 递归生成左下角子矩阵 (与当前基础值相同)
recursive(x + step, y, n - 1, t);
// 递归生成右下角子矩阵 (与当前基础值相反)
recursive(x + step, y + step, n - 1, !t); // ③处: 右下角起点为(x+step, y+step)
}

```

```

int main() {
    scanf("%d", &n); // 输入变幻次数 n
    // 初始调用: 从(0,0)开始, 变幻 n 次, 初始基础值为 0 (对应初始矩阵[0])
    recursive(0, 0, n, 0); // ④处: 参数为 n 和初始 t=0
    int size = 1 << n; // ⑤处: 变幻 n 次后矩阵尺寸为 2^n
    // 输出矩阵
    for (int i = 0; i < size; ++i) {
        for (int j = 0; j < size; ++j)
            printf("%d", res[i][j]);
        puts("");
    }
    return 0;
}

```

2. 计数排序

```

#include <cstdio>
#include <cstring>
using namespace std;
const int maxn = 10000000;
const int maxs = 10000;
int n;
unsigned a[maxn], b[maxn], res[maxn], ord[maxn];
unsigned cnt[maxs + 1];

```

```

int main() {
    scanf("%d", &n);
    for(int i=0; i<n; ++i)
        scanf("%d%d", &a[i], &b[i]);
    memset(cnt, 0, sizeof(cnt));
    for(int i=0; i<n; ++i)
        ①;
    for(int i=0; i<maxs; ++i)
        cnt[i+1] += cnt[i];
    for(int i=0; i<n; ++i)
        ②;
    memset(cnt, 0, sizeof(cnt));
    for(int i=0; i<n; ++i)
        ③;
    for(int i=0; i<maxs; ++i)
        cnt[i+1] += cnt[i];
    for(int i=n-1; i>=0; --i)
        ④;
    for(int i=0; i<n; ++i)
        printf("%d %d\n", ⑤);
    return 0;
}

```

该程序实现了双关键字计数排序，用于对 n 对整数按“第一关键字 ($a[i]$) 优先，第二关键字 ($b[i]$) 次之”的规则从小到大排序。核心思路是分两步进行稳定排序：

1. 先按第二关键字 ($b[i]$) 排序，结果存入 `ord` 数组（存储原数据的索引）。
2. 再按第一关键字 ($a[i]$) 排序，结合 `ord` 数组（已保证第二关键字有序），最终结果存入 `res` 数组。
通过两次计数排序（稳定排序算法），确保最终结果同时满足两个关键字的排序要求。

涉及的知识点

1. 计数排序原理：通过统计关键字的频次，计算前缀和确定每个元素的位置，时间复杂度为 $O(n + k)$ (k 为关键字范围)，适用于关键字范围较小的场景。
2. 双关键字排序策略：先按次要关键字（第二关键字）排序，再按主要关键字（第一关键字）排序，利用计数排序的稳定性（相同关键字保持原有顺序），确保最终结果正确。
3. 索引数组的使用：`ord` 和 `res` 数组存储原数据的索引而非数据本身，避免大量数据移动，提高效率，尤其适用于大数据量场景。
4. 稳定性保证：第二次排序时从后往前遍历 `ord` 数组，确保相同第一关键字的元素保持第二关键字的有序性。

①处应填 (B)

分析：

②处应填 (D)

分析：

③处应填 (C)

分析：

④处应填 (A)

分析：

⑤处应填 (B)

分析：

1.

1. ①处应填 ()

A. `++cnt [i]` B. `++cnt [b [i]]` C. `++cnt [a [i]*maxs + b [i]]` D. `++cnt [a [i]]`

答案：B

分析：第一步需统计第二关键字 `b[i]` 的频次，为后续排序做准备。`++cnt[b[i]]` 正确统计每个 `b[i]` 出现的次数，故选择 B。

2. ②处应填 ()

A. `ord [--cnt [a [i]]] = i` B. `ord [--cnt [b [i]]] = a [i]`

C. `ord [--cnt [a [i]]] = b [i]` D. `ord [--cnt [b [i]]] = i`

答案：D

分析：根据第二关键字的频次前缀和，需将原数据的索引 i 存入 ord 数组的对应位置。 $ord[--cnt[b[i]]] = i$ 表示“在 $b[i]$ 对应的位置存储索引 i ”，符合计数排序的赋值逻辑，故选择 D。

3. ③处应填 ()

A. $++cnt[b[i]]$ B. $++cnt[a[i]*maxs + b[i]]$ C. $++cnt[a[i]]$ D. $++cnt[i]$

答案：C

分析：第二步需统计第一关键字 $a[i]$ 的频次，但此时需基于已按第二关键字排序的 ord 数组（确保稳定性）。 $++cnt[a[ord[i]]]$ 统计 ord 数组中索引对应的 a 值频次，故选择 C。

4. ④处应填 ()

A. $res[--cnt[a[ord[i]]]] = ord[i]$ B. $res[--cnt[b[ord[i]]]] = ord[i]$
C. $res[--cnt[b[i]]] = ord[i]$ D. $res[--cnt[a[i]]] = ord[i]$

答案：A

分析：需将 ord 数组中的索引按第一关键字排序后存入 res 数组。 $res[--cnt[a[ord[i]]]] = ord[i]$ 表示“根据 $a[ord[i]]$ 的位置存储 $ord[i]$ ”，既保证第一关键字有序，又保留第二关键字的顺序，故选择 A。

5. ⑤处应填 ()

A. $a[i], b[i]$ B. $a[res[i]], b[res[i]]$
C. $a[ord[res[i]]], b[ord[res[i]]]$ D. $a[res[ord[i]]], b[res[ord[i]]]$

答案：B

分析： res 数组存储的是排序后原数据的索引，因此通过 $res[i]$ 可获取第 i 个位置的原数据。 $a[res[i]]$ 和 $b[res[i]]$ 正确输出排序后的关键字对，故选择 B。

```
#include <cstdio>
```

```
#include <cstring>
```

```
using namespace std;
```

```
const int maxn = 10000000; // 最大数据量
```

```
const int maxs = 10000; // 关键字最大值 (1~10000)
```

```
int n; // 数据对数
```

```
// 数组说明:
```

```
// a[i]: 第 i 对的第一关键字
```

```

// b[i]: 第 i 对的第二关键字
// res[i]: 双关键字排序后, 第 i 个位置对应的原数据索引
// ord[i]: 按第二关键字排序后, 第 i 个位置对应的原数据索引
unsigned a[maxn], b[maxn], res[maxn], ord[maxn];
unsigned cnt[maxs + 1]; // 计数数组, 用于统计关键字频次

int main() {
    scanf("%d", &n);
    // 读入 n 对关键字
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        scanf("%d%d", &a[i], &b[i]);

    // 第一步: 按第二关键字 (b[i]) 排序, 结果存入 ord 数组
    memset(cnt, 0, sizeof(cnt)); // 初始化计数数组
    // 统计第二关键字 b[i] 的频次
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        ++cnt[b[i]]; // ①处: 统计 b[i] 的出现次数
    // 计算前缀和 (确定每个关键字的起始位置)
    for (int i = 0; i < maxs; ++i)
        cnt[i + 1] += cnt[i];
    // 按第二关键字排序, 将原索引存入 ord 数组
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        ord[--cnt[b[i]]] = i; // ②处: 根据 b[i] 的位置存储原索引 i

    // 第二步: 按第一关键字 (a[i]) 排序, 结合 ord 数组 (已按第二关键字排序), 结果存入
    // res 数组
    memset(cnt, 0, sizeof(cnt)); // 重置计数数组
    // 统计第一关键字 a[i] 的频次 (基于 ord 数组中的索引)
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        ++cnt[a[ord[i]]]; // ③处: 统计 a[ord[i]] 的出现次数 (ord[i] 是按第二关键字排序后的索引)
    // 计算前缀和

```

```
for (int i = 0; i < maxs; ++i)
    cnt[i + 1] += cnt[i];
// 按第一关键字排序，结合第二关键字的顺序，将结果存入 res 数组
for (int i = n - 1; i >= 0; --i)
    res[--cnt[a[ord[i]]]] = ord[i]; // ④处：根据 a[ord[i]]的位置存储 ord[i]（保证稳定性）

// 输出排序结果
for (int i = 0; i < n; ++i)
    printf("%d %d\n", a[res[i]], b[res[i]]); // ⑤处：通过 res[i]取原数据的 a 和 b 值
return 0;
}
```