



# 计数原理 随堂测验

2024 CSP-J1 专题课程  
chen\_zhe

# 答案

---

DCDDA CCACC DCACB

一开始标答写错了一个，请等待重测。

## 选择题

---

1. 某校食堂在中午提供 4 种荤菜，6 种素菜，3 种主食和 3 种汤。小洛选择 1 种荤菜、1 种素菜、1 种主食和 1 种汤打包作为午饭。则小洛一共有（ ）种打包午饭的方案数？

答案： $4 \times 6 \times 3 \times 3 = 216$ 。

## 选择题

2. 有 3 位男孩和 3 位女孩站成一排做游戏，3 位女孩站位互不相邻，则不同的站法数一共有 ( ) 种？

答案：

3 位男孩/女孩的排法： $A_3^3 = 6$ 。

3 个女孩形成 4 个空位，插入 3 个男孩的方案： $C_4^3 = 4$ 。

故方案数为： $4 \times 6 \times 6 = 144$ 。

## 选择题

3. 某校为了解学生参加体育运动的情况，从 500 位小学生和 300 位中学生中，抽取了 25 位小学生与 15 位中学生进行体质健康测试。则不同的抽取名单（不分先后）的种数为（ ）？

答案：

500 位小学生抽 25 位： $C_{500}^{25}$ 。

300 位中学生抽 15 位： $C_{300}^{15}$ 。

使用乘法原理，答案为  $C_{500}^{25} \times C_{300}^{15}$ 。

## 选择题

4. 某晚会上需要安排 4 个歌舞类节目和 2 个语言类节目的演出顺序，要求语言类节目之间有且仅有两个歌舞类节目。则不同的演出方案种数为 ( ) ?

答案：捆绑法，将 2 个语言类节目和 2 个歌舞类节目捆绑。

语言类节目顺序方案数： $A_2^2 = 2$ 。

歌舞类节目顺序方案数： $A_4^4 = 24$ 。

将捆绑的整体插入剩下的两个歌舞类节目： $C_3^1 = 3$ 。

答案： $2 \times 3 \times 24 = 144$ 。

## 选择题

5. 某一天的课表要排入语文、数学、英语、物理、化学、生物六门课。如果数学只能排在第一节或者最后一节，物理和化学必须排在相邻的两节，则不同的课程安排数有（ ）种？

答案：

数学放在首或者尾有 2 种方案。

物理和化学捆绑。内部排序方案数： $A_2^2 = 2$ 。

语文英语生物和捆绑的课程整体排序方案： $A_4^4 = 24$ 。

从而有  $2 \times 2 \times 24 = 96$  种方案。

## 选择题

6. 有 6 名同学到甲、乙、丙三个场馆做志愿者。每个同学只去 1 个场馆。其中，甲场馆需要 1 名志愿者，乙场馆需要 2 名志愿者，丙场馆需要 3 名志愿者。则不同的安排方式共有 ( ) 种?

答案：

甲场馆需要一名志愿者，方案数： $C_6^1 = 6$

乙场馆需要两名志愿者，方案数： $C_5^2 = 10$

此时丙场馆志愿者选择唯一确定。

因此答案为  $6 \times 10 = 60$ 。

## 选择题

---

7. 用数字 1、2、3、4 组成没有重复数字的四位数，则这些四位数中比 2134 大的数字个数为 ( ) ?

答案：

为 3 或者 4 开头的千位数各有 6 种，总共 12 种。

为 2 开头的千位数，2134 为最小情况，因此有 5 种方案比 2134 大。

答案为  $12 + 5 = 17$ 。

## 选择题

8. 小洛想将圆周率的前 6 位数字 314159 按照某种排列得到密码。如果排列时要求 9 不在最后一位，那么小洛可以设置的不同密码有 ( ) 个？

答案：

9 不放在最后一位：5 种情况。

有 5 位空余，将 3,4,5 排列有  $C_5^3$  种选择位置的方式，乘上  $A_3^3$  的重排方案数，共有 60 种情况。

此时 1 的位置唯一确定。答案为： $5 \times 60 = 300$  种。

## 选择题

---

9. 有多少个不同的偶数，可以整除 30030？ ( )

答案：

将 30030 分解质因数得  $30030 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13$ 。

质因子 2 必须选择，则在质因子 3,5,7,11,13 中，每个质因子要么选一次要么不选。等价于求 5 个元素的集合的子集个数，答案为  $2^5 = 32$ 。

## 选择题

10. 从  $1, 2, 3, \dots, 100$  这 100 个数中, 任取 2 个数, 使得它们的乘积能够被 7 整除。则这两个数的取法 (不考虑顺序) 共有多少种?  
( )

答案: 100 范围内一共有 14 个 7 的倍数。

选一个 7 的倍数与剩余数字相乘的方案数:  $14 \times 99 = 1386$ , 但是会算重  $C_{14}^2 = 91$  种。(恰好选到另一个 7 的倍数)

合计为  $1386 - 91 = 1295$  种方案。

## 选择题

---

11. 从  $1, 2, 3, \dots, 100$  这 100 个数中，任取 2 个数，使得它们的和能被 4 整除。则这两个数的取法（不考虑顺序）共有多少种？（ ）

答案：根据对 4 除同余分组，每组各有 25 个数。

1. 选择两个  $\text{mod } 4 = 0$  或  $\text{mod } 4 = 2$  的数，各有： $C_{25}^2 = 300$

2. 选择一个  $\text{mod } 4 = 1$  和一个  $\text{mod } 4 = 3$  的数： $25 \times 25 = 625$

合计 1225 种方案。

## 选择题

---

12. A,B,C,D,E 五个人站成一排，若 B 必须站在 A 的右边（可以不相邻），则不同的排法一共有（ ）种？

答案：五个人站成一排有  $A_5^5 = 120$  种方案。

B 站在 A 的右侧的情况占所有可能性的一半，因此是 60 种排法。

## 选择题

---

13. 有一个楼梯，现在要从地面走到第 10 级，每步可以走 2 或 3 级，则共有 ( ) 种不同的走法？

答案：递推。设  $f(x)$  表示走到第  $x$  级的走法。则  $f(x) = f(x - 2) + f(x - 3)$ ，其中  $f(2) = f(3) = 1$ 。

可得出： $f(4) = 1$ ， $f(5) = 2$ ， $f(6) = 2$ ， $f(7) = 3$ ， $f(8) = 4$ ， $f(9) = 5$ ， $f(10) = 7$

答案为  $f(10) = 7$ 。

## 选择题

14. 5 位同学坐在一排。现在让 5 位同学重新坐座位，要求有至多 2 位同学坐在自己原来的位置，则不同的坐法有 ( ) 种？

答案：有两种情况：都坐在原来的位置上，有 2 人坐错位置。

都坐在原来的位置上：1 种。

有 2 人坐错位置： $C_5^2 = 10$  种。

答案： $A_5^5 - 1 - 10 = 109$ 。

## 选择题

15. 一个字符串中任意个连续的字符（可以为空）组成的子序列称为该字符串的子串。则字符串 `abcbab` 有（ ）个内容互不相同的子串？

答案：长度为  $n$  的字符串，一共有  $C_n^2 + 1$  个子串。长度为 5 的字符串有 16 个子串。

子串 `a,b,ab` 被重复计数，因此答案为 13。